

# Integration af matematikskriveværktøj i matematikundervisningen

---

## Rapport over udviklingsarbejdet

Flemming Nielsen  
september 2005

### **"Det er dejligt, at matematik ikke længere er så firkantet"**

Sådan skrev Jacob fra 10. som en kommentar til spørgsmålet om, hvordan han havde oplevet, at integrationen af et matematikskriveværktøj havde øget differentieringen i matematikundervisningen. For at hjælpe eleverne lidt på vej havde vi fortalt, at differentiering i matematik betyder, at der er flere måder og niveauer at løse opgaver på.



I skoleåret 2004/05 er det andet år, elever og lærere på SPF bruger matematikskriveværktøjet MathCad i undervisningen. Dette er sket i forbindelse et udviklingsarbejde, der søger at afdække didaktiske forhold vedrørende en integration af matematikskriveværktøjer i matematikundervisningen.

UVM har givet dispensation til, at vore elever må bruge et matematikskriveværktøj ved de skriftlige prøver i skoleåret 2004/05. Af dispensationen fremgår, at vi i 2005 skal undersøge "fordele og ulemper i forbindelse med anvendelse af disse programmer (matematikskriveværktøjer) og herunder en vurdering af imødekommelsen af ensartede vilkår og karaktergivning".

Betænkeligheden ved at give tilladelse til, at elever må bruge matematikskriveværktøjer ved de skriftlige prøver, skyldes det forhold, at elever, der brugte et matematikskriveværktøj ved de skriftlige 10. klasse prøver i matematik sommeren 2004 opnåede signifikant højere karakterer for indhold og orden og signifikant karakterfremgang, når elevernes karakterer ved FS10 sammenlignes med de karakterer, eleverne opnåede ved FSA i 9. klasse. Derfor er der fra Undervisningsministeriets side tvivl om, at elever på landsplan stilles lige ved prøverne i skriftlig matematik, når nogle elever kan og har mulighed for at bruge et matematikskriveværktøj som hjælpemiddel.

Ved sommerprøverne i skriftlig matematik i 10. klasse har vi i 2005 oplevet, at såvel de elever, der brugte et matematikskriveværktøj ved prøven som de elever, der løste opgaverne med brug af lommeregner og skrev ind med blæk eller en tekstbehandler, opnåede en karakterfremgang svarende til en halv karakter. På 9. klassetrin oplevede vi, at de elever, der brugte MathCad, opnåede bedre karakterer sammenlignet med de elever, der ikke brugte et matematikskriveværktøj.

Vi vil i denne rapport forsøge at give vores vurdering af, om eleverne, der bruger matematikskriveværktøjer, er blevet bedre til matematik, eller disse elever blot har fået stillet et værktøj til rådighed, der bevirker, at deres præstationer vurderes højere på det eksisterende grundlag for prøvernes udformning og bedømmelse.

### **Matematikskriveværktøj**

Populært sagt er et matematikskriveværktøj en tekstbehandler, der også kan regne, løse ligninger og tegne grafer.

Et matematikskriveværktøj er en programtype, der giver mulighed for - på en hensigtsmæssig måde - at kommunikere matematik i elektronisk form - en færdighed, vi mener bør være et mål blandt elevens samlede matematiske kompetenceberedskab i år 2005.

Derfor må eleverne - som en del af deres samlede hjælpemiddelkompetence - have kendskab til og i nogen omfang kunne bruge et matematikskriveværktøj.

Vores erfaringer er, at elevernes brug af et matematikskriveværktøj ikke betyder, at de springer matematiske processer over. Det er stadig eleverne, der skal opstille de matematiske udtryk på baggrund af oplysningerne i opaveformuleringerne. Forskellen består blot i, at eleverne bruger et matematikskriveværktøj i stedet for lommeregner eller regneark. Det er vigtigt at holde fast i, at selv om eleverne benytter et matematisk skriveværktøj, er det stadig eleverne, der skal konstruere regneudtrykkene og vurdere de resultater, de får.

### **Rapportens grundlag**

Grundlaget for denne rapport er blevet til i forbindelse med dels en optegning af læreres og elevers refleksioner i løbet af året, dels elevernes besvarelse af et evalueringsskema med udvalgte kvalitative og kvantitative spørgsmål vedrørende udviklingsarbejdets problemstillinger. (Se bilag).

### **Fokus på matematik**

I dette skoleår har brugen af matematikskriveværktøj været et centralt udviklingsområde på SPF i faget matematik på 10. klasses trin. Undervisningen i 10. klasse har været rettet mod at undersøge, hvordan brugen af et matematikskriveværktøj påvirker den pædagogiske praksis.

I 10. klasse valgte:

- 28 ud af 39 elever at bruge matematikskriveværktøjet ved udarbejdelsen af de skriftlige prøver i matematik.
- 5 brugte en tekstbehandler
- 6 brugte papir og blyant.

I de to 9. klasser er programmet blevet introduceret i den ene klasse, og 19 ud af 24 elever i denne klasse og fire elever i den anden klasse har anvendt matematikskriveværktøjet ved Folkeskolens Afgangsprøve i Matematik

Af 10. klasse elevernes evalueringsskema fremgår, at eleverne sætter et andet fokus på matematik i deres besvarelser end 9. klasse eleverne. De bruger relevante matematiske udtryk i deres besvarelser, og når de angiver besvær med betjeningen af programmet, fremhæves de faglige forhold såsom besvær med ligninger og grafer som en langt større udfordring end den rent tekniske betjening af selve programmet.

Når vi spørger 9. klasse eleverne, angiver de, at det er den rent tekniske og betjeningsmæssige side, der giver anledning til at tage forbehold over for anvendelse af programmet ved den skriftlige prøve.

Imidlertid er vi overbeviste om, at det er 9. klasse elevernes matematiske forudsætninger, der er den reelle udfordring. Dette dokumenteres af, at 9. klasse elevernes score på spørgsmålet om kendskab til specifikke faglige begreber såsom

funktioner, variable og konstanter i et regneudtryk, er væsentligt lavere end for 10. klasse eleverne.

Om det at bruge et matematikskriveværktøj i det daglige arbejde skriver Sebastian og Jakob fra 10. meget klart om forudsætninger for få en fordel af at bruge et matematikskriveværktøj:

*"Programmet er godt balanceret mellem at gøre alt for én og bare spare tid. Det er tilstrækkeligt svært. Så man skal have en basis matematikviden for at kunne bruge det".*

*"Det eneste, der er lidt surt ved MathCad er, at det ved første øjekast virker ret uoverskueligt, og det kræver koncentration at lære MathCad pga. de mange funktioner, som skal læres uden ad, men efter en smule træning er det et meget hjælpsomt og nemt program at bruge. Vi fik udleveret en vejledning, der var meget grundig, men den afskrækkede en lidt fra bruge den i andre tilfælde end absolut nødvendigt. Nu bruger jeg MathCad. Det er et nemt overskueligt program at bruge. Til diagrammer bruger jeg Excel. Jeg vil bruge MathCad til den mundtlige prøve, fordi det kan alt det jeg kan få brug for at gøre. MathCad har lært mig at bruge mange nye matematiske funktioner og programmet gør det meget mere brugervenligt at skrive matematik på computeren. Det er dejligt at kunne regne og skrive i samme program".*

Den vejledning, Jakob omtaler, findes på 9. klassetrins hjemmeside: [www.inet-sp.dk](http://www.inet-sp.dk) → klasserne → 9. klassetrin → 8. klasse 0405 → Nyttige papirer.

Vejledningen er skrevet som en MathCad -fil. Det betyder, at eleverne kan arbejde med vejledningen i selve MathCad.

En af de få elever, der brugte matematikskriveværktøjet ved 9. klasse prøven, fortæller om sit daglige arbejde således:

*"Nogle gange kan det engelske/ amerikanske være lidt forvirrende i forhold til tegnsætning og funktioner  $f(x)$  kontra  $y(x)$ "*

Et udsagn som dette viser tydeligt, at det reelle problem for denne elev ikke er betjeningen af programmet, men de matematiske forudsætninger - her en grundlæggende forståelse af funktionsbegrebet.

Af evalueringerne ser vi, at eleverne gerne vil lære at bruge programmet. Med få undtagelser efterlyser de alle, at matematikskriveværktøjet i fremtiden vil blive introduceret så tidligt som muligt og gerne i 8. klasse. Dette ser vi som et tegn på, at eleverne synes det er vigtigt at lære at bruge denne programtype, samt at de rent faktisk ønsker at fordybe sig i matematik.

Undertegnede var i skoleåret 2004 - 05 lærer for skolens 8. klasser i matematik. På baggrund af den løbende evaluering af projektet besluttede jeg, at introducere matematikskriveværktøjet for 8. klasse i slutningen af skoleåret 04/05, selv om det ikke var et element i årsplanen for faget matematik i 8.

De blev introduceret til programmets mest grundlæggende funktioner og fik herefter til opgave at bruge programmet i deres arbejde med afleveringsopgaver.

Efter første afleveringsopgave blev jeg opmærksom på, at det var en rigtig beslutning. Marie, der om sig selv siger, at hun ikke er god til matematik, havde valgt at bruge en opstilling, jeg normalt ikke ser.

Ved at bruge et matematikskriveværktøj oplevede Marie, at hun havde et værktøj, der var hensigtsmæssigt i forhold til den måde, hun arbejder med matematik på. Marie fortalte, at når hun normalt arbejder med matematikopgaver, bruger hun lommeregneren til at eksperimentere sig frem til et resultat, som hun vurderer er realistisk. Herefter forsøger hun at huske og derefter genskabe, hvad og hvordan hun indtastede sine oplysninger i lommeregneren, hvorefter Marie skriver en mindre tekst, beregningsudtrykket og et facit.

TIRSDAG
<b><u>Grethe vil prøve sine nye rulleskøjter.</u></b>
Opgave 1.
3758 m = 3.758 km
<b>3.758 km. lang.</b>
Opgave 2.
$\frac{3758}{2} = \blacksquare$ 1879 m = 1.879 km
<b>Halvvejen er 1.879 km.</b>

Ved at bruge et matematikskriveværktøj blev denne fremgangsmåde relevant på en helt anden måde for Marie. Hun oplevede, at hun kunne se alt, hvad hun skrev i beregningsudtrykkene, at hun umiddelbart kunne se konsekvenserne, når hun ændrede i beregningsudtrykkene og endelig oplevede hun, at hun på en helt anden måde "havde styr på parenteserne", når hun brugte matematikskriveværktøjet.

Efter at have arbejdet med to afleveringsopgaver kan eleverne i 8. nu bruge deres viden om forskel på tekst og beregningsfelter. Eleverne i 8. ved, hvordan de to feltyper kan formateres på forskellig måde, de kan opstille beregningsudtryk med korrekt brug af brøker og parenteser, og ikke mindst er de blevet bevidste om formkrav og forventninger ved skriftlig kommunikation af matematik.

Dette er vi ret tilfredse med, idet vi må tage med i betragtningerne, at vores elever kommer med meget forskellig viden og forudsætning, når vi modtager dem efter 7. klasse.

Ved årets afslutning har eleverne i 8. set, hvordan de i programmet har muligheder for at bruge variable, ligninger og grafer i deres matematiske kommunikation.

Efter at eleverne havde udarbejdet afleveringsopgaverne med matematikskriveværktøjet første gang, blev de bedt om kort at beskrive, hvordan de oplevede brugen af et matematikskriveværktøj i deres arbejde:

Theo fra 8. skriver, at han bestemt ikke føler, at han har fået foræret noget, der gør tingene for ham, men han har fået udfordringer, han gerne tager op.

*"Jeg kan meget godt lide at bruge MathCad og jeg synes ikke det er så svært at arbejde med. Men jeg synes, det er ret svært at lave et ordentligt layout, og nogle lidt mere komplicerede regnestykker kan være meget svære at løse uden papir og blyant".*

### **Betjening, begreber og betydning**

Som lærere konkluderer vi, at det er nødvendigt med et solidt fagligt begrebsapparat for at have fordel af at anvende et matematisk skriveværktøj.

En grundlæggende forståelse for funktionsbegrebet er en nødvendighed. Det samme gælder, hvis eleverne skal have fordel af at bruge programmets symbolmanipulation ved løsning af ligninger. Eleverne skal have en forståelse for, hvornår de bare regner noget ud, hvornår de tildeler en variabel en værdi eller en funktion et beregningsudtryk med én eller flere variable, hvornår de omskriver et regneudtryk på en anden måde, og hvornår de med en ligning udtrykker en praktisk / konkret sammenhæng.

Teknisk og begrebsmæssigt hedder dette: Kendskab til matematikskriveværktøjets fire lighedstegn, men betydningsmæssigt er det noget ganske andet, der giver anledning til en relevant faglig udfordring for eleverne og en ikke mindre pædagogisk udfordring for lærerne.

### **Får eleverne en fordel?**

I undersøgelsen er der en klar tendens til, at eleverne oplever, at de kammerater, der bruger et matematikskriveværktøj i arbejdet med matematik, har en fordel frem for de, der ikke bruger det ved de skriftlige prøver.

Sådan bør det også være, når der udvikles nye redskaber. Der er næppe mange, der ville finde på at bruge tid og energi til at gå over til at lære at bruge et nyt, svært redskab, hvis der ikke var en fordel ved det.

Det er imidlertid vigtigt igen at fremhæve, at elever uden solide matematiske kundskaber ikke vil have meget udbytte af at bruge det.

Louise fra 10. skriver:

*"Man skal kunne nogle af de samme ting. Hvis man fx. skal finde et gennemsnit hjælper MathCad ikke, hvis man ikke kender metoden".*

Senere i evalueringen skriver Louise:

*"MathCad gør matematikken nemmere tilgængelig. Fx hvis man skal forklare noget eller hvis man skal lære noget nyt, så hjælper det til, at man kun skal koncentrere sig om det man skal lære og ikke det tekniske".*

Jeppe fra 10. skriver:

*"Det er en fordel, hvis man kan finde ud af det".*

Fanny fra 9. skriver:

*"Det kommer an på hvem man er"*

Men de skriver også som Sara fra 9.

*"Hvis man kan finde ud af det er det meget hurtigere"*

og Kasper fra 10.

*"Det sparer dig for en masse tid, hvis du kan finde ud af programmet"*

Det er gennemgående, at eleverne lige som Sara og Kasper påpeger, at brugen af et matematikskriveværktøj betyder, at det **går hurtigere**, fordi **de ikke skal bruge tid på at skrive ind** og fordi det er **muligt at rette** i det, de allerede har udarbejdet uden at skulle begynde forfra for at **få besvarelsen til at se pæn ud**.

Et sidste område, elever nævner som en fordel for brugerne af matematikskriveværktøjer, er **ordenen og strukturen**.

Således skriver henholdsvis Steen og Simon fra 10.

*"Man sætter det op samtidig med at man regner. Det er hurtigere for mig".*

*"Jeg synes der er en fordel med hastighed. Især hvis man vil have det til at se pænt ud".*

Lasse fra 10. og Pernille fra 9. nøjes bare med at konstatere, at det generelt er mere hensigtsmæssigt at bruge it.

*"Det er en fordel, fordi det bare er en lommeregner og en tekstbehandler i samme program".*

*"Jeg tror ikke det er en fordel i forhold til andre computerprogrammer"*

Vore erfaringer er, at elevernes begejstring for matematikskriveværktøjet i høj grad skyldes, at det er muligt for dem at præsentere deres arbejde med matematik på en for dem æstetisk og ordentlig måde. Det, at det er muligt at fremstille noget pænt, er meget centralt for eleverne. De føler stolthed over deres produkter, og de

synes det er sjovere, hvilket er noget, der giver god energi i deres læring. Endelig giver et matematikskriveværktøj eleverne en **anden form for systematik og overskuelighed** end det, de oplever, når de anvender traditionelle skriveredskaber ved deres arbejde med matematik.

I dag skriver eleverne mindre i hånden end tidligere, og derfor er deres finmotoriske færdigheder i betjening af kuglepen og lineal ikke den samme som tidligere. De oplever, at de skal bruge meget tid på at skrive pænt og tegne lige streger, når de arbejder med skriftlige matematikbesvarelser. Samtidig oplever de selv kun en ringe tilfredsstillelse ved arbejdet, fordi de selv ser, at resultatet i mange tilfælde ikke er tilfredsstillende.

I dag går en stor del af den energi, eleverne tidligere brugte på at skrive pænt, til arbejde med de elektroniske medier. Ingen tvivl om, at eleverne i dag har et langt større kompetenceberedskab i forhold til de elektroniske medier end tidligere. Derfor er det heller ikke overraskende, at eleverne har forholdsvis nemt ved at lære at bruge et matematikskriveværktøj hensigtsmæssigt i matematisk kommunikation.

Marko fra 10. skriver:

*"Jeg har brugt MathCad, Excel og lommeregnere gennem hele året. Jeg synes det gør det mere overskueligt at arbejde med matematik. Jeg vil bruge MathCad ved den mundtlige prøve, hvis jeg får brug for det.*

*Er god til computer, og jeg lærer hurtigt inden for computer, så derfor skulle jeg ikke komme med den store indsats. Det er blevet meget sjovere, du får en bedre oversigt og jeg har mere lyst. Det har betydet, at jeg er blevet bedre til matematik.*

*I undervisningen har de (lærerne red.) været der, når jeg har haft brug for hjælp. Derfor kan jeg i dag finde ud af det.*

*Jeg har ingen dårlige oplevelser, kun gode. Jeg synes Mathcad er danske skolars fremtid".*

Flere af eleverne siger, at arbejdet med et matematikskriveværktøj giver dem **en anden struktur for deres matematiske tænkning**, og dette er også med til at **give energi og lyst i deres arbejde**.

*"Det er blevet nemmere, forstået på den måde, at det ikke er matematikken men arbejdet omkring den",*

er den måde, Emil fra 10. oplever det.

I evalueringerne skriver eleverne også, at de opfatter det som **en god investering at lære at bruge programmet**. Og de elever, der endnu ikke har fået et undervisningstilbud i brugen af skriveværktøjet, efterlyser det.

Camilla fra 9. er én af de elever, der må vente til 10. klasse med at blive introduceret til programmet.

*"Det ville have været rart at lære det fra starten. Jeg vil meget gerne lære at bruge det".*

Eleverne er helt klar over, at de ikke får noget foræret ved at bruge et matematikskriveværktøj. Anders fra 10. skriver:

*"Man skal tænke over det man ber' den om. Hvis man skriver forkert, bliver det forkert".*

Steen har en anden skarp betragtning om det at "få" et smart hjælpemiddel, der gør livet lettere.

*"Det er hverken blevet lettere eller sværere. Enten er det lommeregneren, eller også er det MathCad, der regner".*

Lærke, der ikke brugte matematikskriveværktøjet siger det måske mest klart af alle:

*"Mathcad laver jo ikke dine matematikopgaver".*

Det er et ubetinget faktum, at de elever, der bruger et matematikskriveværktøj, bliver favoriseret ved prøverne, sammenlignet med de elever, der bruger papir og blyant. Det er imidlertid vigtigt at slå fast, at det ikke er fordi matematikskriveværktøjet bare regner det, eleverne ikke kan. Når eleverne bruger et matematikskriveværktøj i skriftlig matematik får de samme fordele, som de elever der bruger en tekstbehandler fx ved den skriftlige prøve i dansk.

De elever, der bruger en tekstbehandler ved den skriftlige prøve i dansk, har - sammenlignet med de elever, der bruger papir og blyant - fordele i form af, at de ikke skal bruge tid på at skrive ind. De kan rette og korrigere i deres arbejde lige indtil prøvens afslutning uden det går ud over kommunikationsværdien. De kan eksperimentere med - og forfine sætningskonstruktionerne, og de kan gøre det med en tekstbehandler, der er et integreret værktøj i deres dagligdag. Endvidere kan eleverne ved prøverne i skriftlig dansk fremstilling støtte sig til en stavekontrol. I matematik kan eleverne, som reglerne er i dag, støtte sig til lommeregneren, regnearket, regnearkets graffunktioner, og de kan skrive det hele pænt i en tekstbehandler. I fremtiden vil de endvidere kunne benytte sig af et matematikskriveværktøj, der i bund og grund kun kan det samme bare på en mere hensigtsmæssig måde.

Om den **eksperimenterende arbejdsform** skriver Magnus fra 10.

*"Man kan helt klart koncentrere sig mere om matematikken. Og når man sidder på en computer kan man bikse lidt rundt med tallene for at få det rigtige resultat".*

## To år med matematikskriveværktøj

I 2004 oplevede vi, at de elever, der anvendte et matematikskriveværktøj ved de skriftlige prøver i matematik, fik signifikant højere karakterer for såvel indhold som orden.

I år oplever vi, at elever i 10. generelt har hævet deres niveau i skriftlig matematik, sammenlignet med deres præstationer året før ved FSA i skriftlig matematik (se bilag).

Der er flere forklaringer på, hvorfor det forholder sig sådan:

Sidste år var år ét. Alle var usikre på, hvad det betød at integrere et matematikskriveværktøj i undervisningen. At bruge matematikskriveværktøjet i det daglige arbejde var et tilbud til eleverne, og det var kun de mest ihærdige blandt eleverne, der valgte at investere den nødvendige tid for at lære at bruge matematikskriveværktøjet. Ved at lære at bruge matematikskriveværktøjet, brugte eleverne mere tid på at arbejde med matematik. De lærte mere, og det blev de bedømt efter ved de skriftlige prøver i sommeren 2004.

At alle eleverne i 10. i år opnår en fremgang sammenlignet med FSA 2004 tilskriver vi det forhold, at alle eleverne i årets løb har arbejdet med matematikskriveværktøjet i undervisningen, og at de alle har været motiveret for at lære det. **Med brugen af et matematikskriveværktøj får eleverne ganske enkelt en anden forståelse for og overskud til at arbejde med matematik, hvilket igen betyder, at der kommer en anden substans i samtalen mellem eleven og læreren.**

Med den **procesorienterede tilgang til opgaveløsning**, som matematikskriveværktøjet lægger op til, lærer eleverne, at opgaverne ved de skriftlige prøver ikke bare er nogle opgaver, der skal regnes. De skal betragte opgaverne som en invitation til, at de skal vise, hvad de kan i matematik og ikke mindst vise selvstændighed i deres arbejde med - og matematiske kommunikation ved - løsning af de opgaver, der bliver stillet ved de skriftlige prøver. Vi er derfor af den overbevisning, at alle eleverne er blevet bedre til matematik, fordi den pædagogiske brug af matematikskriveværktøjet i undervisningen har haft en betydning for alle elevernes læring, og karakterfremgangen for alle eleverne er et tegn herpå.

Karakterforskellen mellem de elever i 10. klasseset, der brugte et matematikskriveværktøj, og de, der ikke brugte det ved de skriftlige prøver, tilskriver vi elevernes faglige niveau. Der findes en tilsvarende karakterforskel ved elevernes præstationer ved FSA i matematik i sommeren 2004 (se bilag).

Det forhold, at de elever i 9. klasseset, der brugte MathCad ved prøverne, fik en højere karakter end de, der ikke brugte matematikskriveværktøjet, tilskriver vi flere forhold. Dels har de elever, der brugte MathCad i årets undervisning syntes, at det

har været sjovere, og de har følt en større tilfredsstillelse, dels har de, gennem deres arbejde med matematikskriveværktøjerne, **reflekteret på en anderledes kvalificeret måde**, og dermed har de lært mere i undervisningen.

Endelig var der blandt de elever, der brugte MathCad ved prøverne en overvægt af elever, der i forvejen var gode til matematik.

### **Hjælpemiddelkompetence**

Hjælpemiddelkompetencer omhandler det forhold, at den enkelte elev kan vælge det redskab, der er relevant for ham/ hende i en given situation.

På spørgsmålene om, hvorfor eleverne valgte at benytte de hjælpemidler de brugte ved prøverne, fortæller Kasper og Jakob fra 10. om deres hjælpemiddelkompetencer.

*"Ved den skriftlige prøve brugte jeg MathCad. Det var det redskab jeg fik brug for. Jeg troede egentlig også, at jeg fik brug for Excel, men der var ingen opgaver med det. Ved de mundtlige prøver vil jeg bruge MathCad, fordi jeg tror det vil gøre nogle ting nemmere og pænere".*

*"I mit daglige arbejde har jeg (gennem MathCad red.) lært noget om grafer, som jeg ikke vidste før, og jeg synes det (MathCad red.) har sparet mig for en del indskrivningstid.*

Louise skriver:

*"Jeg er blevet bedre til alt dette (funktioner, grafer, ligninger mm red.) selv om jeg også kan det i hovedet, er det hurtigere på Mathcad og man kan bruge det til flere ting".*

### **Matematikskriveværktøjer og lige vilkår ved de skriftlige prøver**

Ved gennemgang af elevernes besvarelser og de af læreren og beskikkede censors afgivne karakterer ser vi ikke tegn på, at eleverne stilles forskelligt i bedømmelserne. Generelt er der god overensstemmelse mellem lærerens og censors vurdering.

Der er ingen, der vil påstå, at eleverne stilles ens ved de skriftlige prøver. Der er imidlertid langt større favoriserende uligheder end elevernes brug af et matematikskriveværktøj eller ej. Uligheder i form af skolers forskellige investeringer i tid og materialer vejer langt tungere og den største ulighed er givet vis matematiklærernes forskellige kompetencer.

### **Lærernes forudsætninger**

Eleverne på SPF har i år oplevet, at det har været lettere at lære at bruge programmet end sidste år. Årsagen hertil er sandsynligvis lærernes forudsætninger. Sidste år lærte vi (lærerne) at bruge programmet sammen med eleverne, og i peri-

oder var eleverne foran os, både hvad gælder betjening og det at se muligheder. I år har vi ganske andre forudsætninger. Vi ved, hvordan programmet kan introduceres for eleverne på en kort og præcis form. Vi har forudsætninger og overblik til at undervise i de mere avancerede dele som graftegning, ligningsløsning, funktionsbegrebets mange sider og tabelfunktionerne. Og vi ved, hvornår det er mere hensigtsmæssigt, at eleverne anvender et regneark, en lommeregner eller papir og blyant i problemløsningen. Vi behøver ikke at undervise i brugen efter et førerhundepincip, men kan undervise i de avancerede funktioner i funktionelle sammenhænge, når det viser sig, at behovene opstår i undervisningen.

En eftermiddag, da vi evaluerede et forløb, kom jeg til at sige det på denne måde:

*" Det hjælper i det hele taget, at jeg som lærer har forudsætninger til at forstå, hvad eleverne spørger om, når de spørger".*

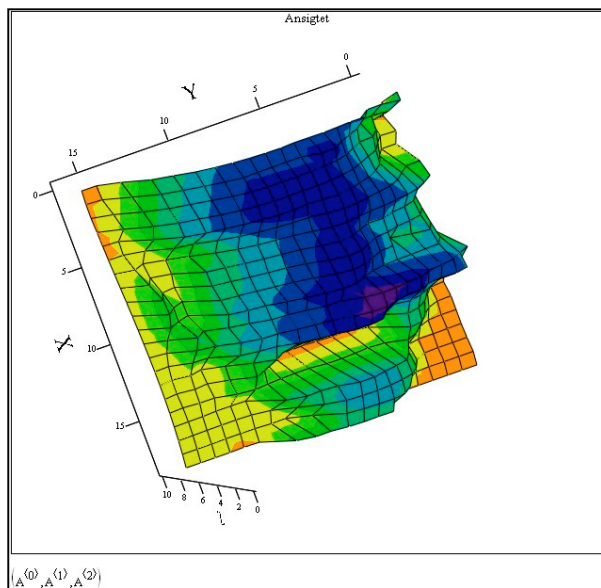
Med dette sagt, at forudsætningerne for en succesfuld integration af et matematikskriveværktøj ikke blot er elevernes lyst og motivation for at lære betjeningsmæssige kompetencer. En succesfuld integration er også betinget af en indsats af læreren, ikke mindst, når eleverne får idéer til at betragte matematiske problemstillinger på nye måder.

Eleverne får **andre måder at betragte matematikken** på, når de får mulighed for at bruge et matematikskriveværktøj. Sidste år beskrev vi, hvordan Emil på sin helt egen måde havde udviklet kompetencer i forhold til brug af differentialregning, hvilket var et begreb, Emil på ingen måde kendte til. Emil betragtede tingene på en genial måde, som vi aldrig selv ville have opdaget, fordi den metode ikke var oplagt i forhold til den måde, vi i sin tid lærte matematik på.

I år kom Anders i biblioteket og fortalte, at han i matematiktimen havde arbejdet med en opgave, hvor man ved at tage tid på, hvor hurtigt en bil kunne køre 200m også kunne beregne, hvor hurtigt bilen kørte i km/time (jeg har ikke Anders i matematik, men er tilknyttet biblioteksteamet som den naturvidenskabelige lærer). Anders var kommet på den idé, at det måtte være muligt at fremstille en graf, hvor både tiden og den afstand, man måler tiden i, er variable. Anders havde gennemskuet, at grafen måtte være i 3-D, men hvordan?

Over for Anders måtte jeg bede om en tænkepause til dagen efter, for selvfølgelig måtte det kunne lade sig gøre.

Jeg havde nogle erfaringer med 3-D diagrammer fra et forløb i 8. klasse, hvor en gruppe af elever - i et matematikprojekt- havde sat sig for at fremstille et 3-D diagram af en kammerats ansigt. I forhold til Anders var den matematiske problemstilling en anden. Billedet af Sunes ansigt var blevet til som en række koordinater i et 3D-koordinatsystem. Anders' matematiske problem bestod i, at han skulle have tegnet en graf for en funktion med to variable.



Imidlertid viste det sig, at en 3-D graf er vanskelig at aflæse og dermed ikke særlig hensigtsmæssig at bruge.

Den gode historie er, at Anders, fordi han har kendskab til matematikskriveværktøjets muligheder, får en idé, der bliver udviklet, afprøvet, vurderet og - i dette tilfælde - forkastet.

Selv om Anders idé måtte forkastes, havde vi med baggrund i denne matematiske problemstilling en god samtale på et fagligt relevant grundlag. Dette vidner om, at eleven gennem sin undervisning har opnået forudsætninger

for at indgå i en kompetent dialog om en matematisk problemstilling. Det var en udfordring, der gav anledning til læring for os begge.

Når en lærer vælger at integrere et matematikskriveværktøj i undervisningen, er det for at **kvalificere undervisningstilbudet**, fordi det giver **eleverne en anden kvalificeret måde at lære matematik på**.

En lærer, der vælger at inddrage matematikskriveværktøjer i undervisningen, indfrier blot den forpligtigelse, han har til at vælge metoder, der sikrer, at den enkelte elev får det størst mulige udbytte af undervisningen.

Den største ulempe, vi kan se ved at lade matematikskriveværktøjer indgå i det samlede undervisningsmateriale, er faren for, at elever og lærere tror, at her er vidundermidlet. Det er ikke nok, at eleverne blot får tilbudt at bruge et matematikskriveværktøj til deres arbejde med matematik.

Et matematikskriveværktøj gør det ikke alene.

Det løber mig koldt ned af ryggen, når jeg i evalueringer fra elever, der kun har et perifert kendskab til, hvad det betyder at bruge et matematikskriveværktøj kan læse:

*"Det regner det hele ud for en".*

*"Man skal "kun" skrive stykkerne ind, så gør den resten".*

*"Er det ikke noget med, at den kan regne noget ud for dig".*

Hvis de (eleverne) i al fremtid tror, at dette er sandheden, er resultatet kun, at de snyder sig selv, og så har vi som lærere svigtet vores opgave.

At vælge at integrere et matematikskriveværktøj er ikke blot et valg af et "smart" teknisk hjælpemiddel, men et resultat af grundige, didaktiske overvejelser hos den enkelte lærer.

På SPF har lærere og elever haft hinanden til hjælp med at træde dette spor 1 2004. I 2005 har vi sat fokus på de pædagogiske forhold, og nu har vi didaktiske forudsætninger for at integrere et matematikskriveværktøj i matematikundervisningen. Disse forudsætninger formidler vi gerne videre.

I denne rapport får Sofie fra 10. det sidste ord:

*"Jeg synes det er ærgerligt, at MathCad ikke er udbredt mere i gymnasiet og i folkeskolen."*

Flemming Nielsen  
Statens Pædagogiske Forsøgscenter  
d. 13. september 2005

## Bilag

Bilagene består af en optegnelse over opnåede resultater ved de skriftlige prøver i matematik, samt en grafisk præsentation af de kvantitative spørgsmål, som eleverne har besvaret i forbindelse med evalueringen.

På en skala fra 1 til 5 skulle eleverne angive deres enighed på en række udsagn. 5 angiver enighed og 1 angiver uenighed.

Udsagnene lød:

hjælp	Du har modtaget den hjælp og vejledning, du har haft behov for.
bedre til matematik	Du er blevet bedre til matematik, fordi du har brugt MathCad i dit arbejde med matematik.
sjovere	Det er blevet sjovere at arbejde med matematik, efter du er begyndt at bruge Mathcad.
nemmere	Det er blevet nemmere at arbejde med matematik, efter du er begyndt at bruge Mathcad.
fordel	De elever, der bruger Mathcad ved de skriftlige prøver, har en fordel frem for dem, der ikke bruger dette program.
egen indsats	Din egen indsats for at lære at bruge programmet har været stor.
adgangsbillet	Mathcad er et svært program at lære at anvende.
start i 8	Man bør begynde at lære at bruge Mathcad i 8. klasse.
ny matematik	Jeg har lært noget nyt matematik ved at bruge Mathcad.
differentiering	Undervisningen har været mere differentieret, efter vi er begyndt at bruge Mathcad.
samarbejde	Det er godt, at vi har samarbejdet meget i de perioder, hvor vi har arbejdet med Mathcad.
funktionsbegrebet	Jeg er blevet mere opmærksom på begreber som funktion, variabel, funktionsværdier mm., efter vi er begyndt at anvende Mathcad.

Diagrammerne er fremstillet på basis af medianværdien af elevernes besvarelser.

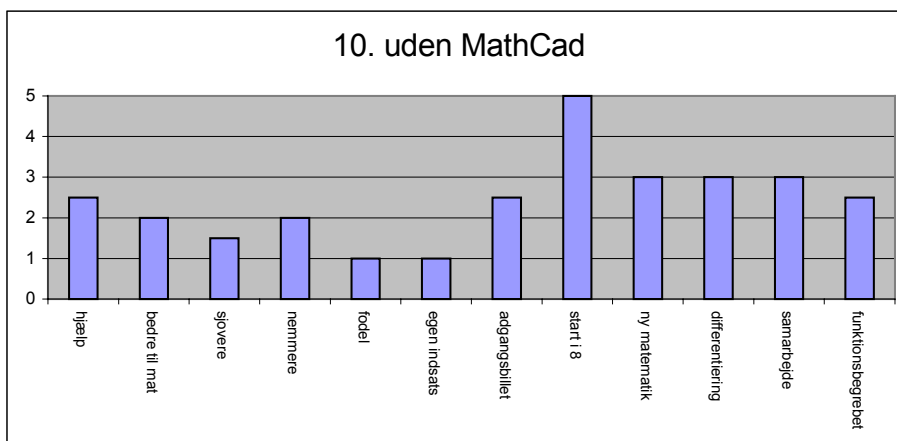
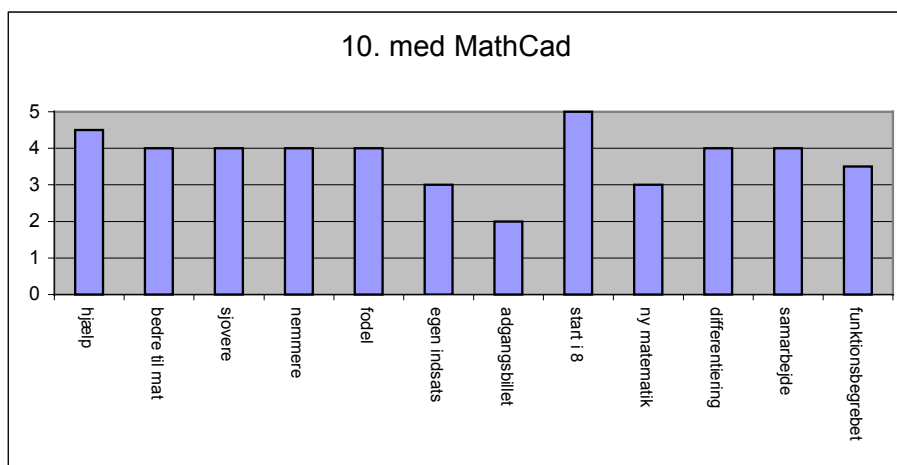
## Optegning af prøveresultater for elever i 10. ved FSA 2004 og FS10 2005 samt resultatet af de kvantitative spørgsmål i 10. klasse

Elever, der brugte MathCad ved de skriftlige prøver i matematik  
Middelkarakter og fremgang.

Skriftlig 05	8,4
Orden 05	8,5
Skriftlig 04	7,9
Orden 04	7,5
Fremgang skriftlig	0,4
Fremgang orden	1,0

Elever, der ikke brugte MathCad ved de skriftlige prøver i matematik  
Middelkarakter og fremgang.

Skriftlig 05	7,9
Orden 05	7,8
Skriftlig 04	7,5
Orden 04	7,0
Fremgang skriftlig	0,5
Fremgang orden	0,8



## Optegning af prøveresultater for elever i 9. ved FSA 2005 samt resultatet af de kvantitative spørgsmål i 9. klasse

Elever, der brugte MathCad ved de skriftlige prøver i matematik

Middelkarakter

Skriftlig 05	8,0
Orden 05	8,7

Elever, der ikke brugte MathCad ved de skriftlige prøver i matematik

Middelkarakter og fremgang.

Skriftlig 05	7,0
Orden 05	8,0

