

## **MathCad – Hvad, hvorfor og hvordan?**

**Flemming Nielsen, Statens Pædagogiske Forsøgscenter, København**

### **To år med matematikskriveværktøjet MathCad i en pædagogisk praksis**

På seminaret præsenterede jeg kort, hvordan man kan arbejde med et matematikskriveværktøj. Herefter fortalte jeg om det toårige udviklingsarbejde, der har været gennemført på SPF. Undervejs havde vi en god diskussion om muligheder for og betænkeligheder ved anvendelse af denne programtype i skolen. Endelig fik kursisterne lejlighed til selv at afprøve programmet.

"Det er dejligt, at matematik ikke længere er så firkantet"

Sådan skrev Jacob fra 10. klasse som en kommentar til spørgsmålet om, hvordan han havde oplevet, at integrationen af et matematikskriveværktøj havde øget differentieringen i matematikundervisningen. For at hjælpe eleverne lidt på vej havde vi fortalt, at differentiering i matematik betyder, at der er flere måder og niveauer at løse opgaver på.

Spørgsmålet blev stillet i et evalueringsark, som elever ved SPF var blevet bedt om at udfylde, for at vi havde det bedst mulige grundlag, for at svare på de spørgsmål, vi var blevet stillet af undervisningsministeriet (UVM) angående integration af et matematikskriveværktøj i matematikundervisningen.

Skoleåret 2004/05 var andet år, hvor elever og lærere på SPF brugte matematikskriveværktøjet MathCad i undervisningen. Dette skete i forbindelse et toårigt udviklingsarbejde, hvor SPF i samarbejde med Steen Grode, Frederiksberg Seminarium søgte at afdække didaktiske forhold vedrørende integration af matematikskriveværktøjer i matematikundervisningen.

#### **Første år**

Efter første år af udviklingsarbejdet måtte vi konstatere, at integration af elektronisk, algebraisk matematikskriveværktøj i matematikundervisningen med stor sandsynlighed vil påvirke undervisningens indhold og form i mindst samme omfang, som dengang lommeregneren blev almindelig.

I løbet af første år af udviklingsarbejdet oplevede vi, at integration af et elektronisk matematikskriveværktøj i matematikundervisningen udvikler en række positive forskelle i elevernes matematiklæring.

Vi oplevede, at elevernes:

- tro på og mulighed for at matematisere et problem eller en konkret situation øges, når trivielt regnearbejde og komplicerede matematiske reduktioner bliver overtaget af computeren
- grundlæggende forståelse af matematik blev kvalificeret, når det bl.a. bliver nødvendigt, at kende forskellen på variabler og konstanter i et funktionsudtryk
- matematikopfattelse skærpes, når de oplever, at to streger (lig med "=") er det samme udtryk for mindst fire forskellige ting ("tildele", "beregne", "omskrive" og "have samme værdi"), og at det derfor er nødvendigt at indføre flere forskellige tegn for de forskellige betingelser, der tidligere bare var to streger
- holdning til faget bliver langt mere eksperimenterende og undersøgende, når de oplever, at en hel verden af matematik ligger lige foran dem, og denne verden (med lidt hjælp) er lige til at samle op
- motivation for at arbejde med – og søge udfordringer i matematik er større.

Første år oplevede vi, at vores elever nåede dybere i matematikken, end det vi normalt ser blandt eleverne i grundskolen.

Vi oplevede, at eleverne første år i udviklingsarbejdet lærte mere ammenlignet med vores erfaringer fra tidligere forløb, hvor et matematikskriveværktøj ikke var integreret i matematikundervisningen. Dette afspejlede sig på signifikant måde i de karakterer, eleverne opnåede ved de skriftlige og mundtlige prøver sommeren 2004. Endvidere oplevede vi, at brugen af Mathcad i undervisningen betød, at det blev tydeligt og ikke mindst relevant, at orden i skriftlig matematik måtte erstattes med begrebet: ordentlighed i matematik, der betyder en skriftlig, matematisk kommunikation, der er struktureret, veldokumenteret, overskuelig og æstetisk.

## Andet år

I forbindelse med prøverne i skriftlig matematik, andet år i projektet – sommeren 2005 – gav UVM dispensation til, at vore elever måtte bruge et matematikskriveværktøj. Af dispensationen fremgik, at vi i forbindelse med sommerprøven 2005 skulle undersøge fordele og ulemper i forbindelse med anvendelse af matematikskriveværktøjer. Desuden skulle vi give vores vurdering af, om elevernes brug af matematikskriveværktøjer også imødekommer princippet om, at alle elever ved prøverne skal opleve lige vilkår.

UVM's betænkelighed ved at give tilladelse til, at elever måtte bruge matematikskriveværktøjer ved de skriftlige prøver, skyldtes det forhold, at de elever, der havde brugt et matematikskriveværktøj ved de skriftlige 10. klasse året før, havde opnået signifikant højere karakterer og signifikant karakterfremgang, når disse elevers karakterer blev sammenlignet med de karakterer, eleverne havde opnået i 9. klasse. Undervisningsministeriets bekymringer omhandlede spørgsmålet om, hvorvidt elever på landsplan nu også blev stillet lige ved prøverne i skriftlig matematik, når nogle elever har mulighed for at bruge et matematikskriveværktøj som hjælpemiddel, og andre ikke har denne mulighed.

På baggrund af vores evaluering efter afslutningen af projektets andet år kan vi konstatere, at det er et ubetinget faktum, at de elever, der bruger et matematikskriveværktøj, bliver favoriseret ved prøverne, sammenlignet med de elever, der bruger papir og blyant. Det er imidlertid vigtigt at fremhæve, at det ikke er fordi matematikskriveværktøjet bare regner det, eleverne ikke kan. Når eleverne bruger et matematikskriveværktøj i skriftlig matematik, har de gennem undervisningen opnået kompetencer i at bruge dette værktøj i deres arbejde med matematiske problemstillinger, og derfor opnår de samme fordele, som de elever, der har opnået kompetence i at bruge en tekstbehandler og bruger denne fx ved den skriftlige prøve i dansk.

Der er mange indlæg i debatten om, hvorvidt alle elever stilles ens ved de skriftlige prøver. Der er imidlertid langt større favoriserende uligheder end elevernes brug af et matematikskriveværktøj eller ej. Uligheder i form af skolers forskellige investeringer i tid og materialer vejer langt tungere, og den største ulighed er givetvis matematiklærernes forskellige kompetencer.

På SPF har lærerne gennem to år gennemført udviklingsarbejder med brugen af matematikskriveværktøj i matematikundervisningen.

Vore erfaringer er nu, at

- eleverne lærer mere, når et matematikskriveværktøj integreres i matematikundervisningen.
- det går hurtigere, da eleverne ikke skal bruge tid på at skrive ind
- skriftlige fremstillinger i matematik kommer til at se pæne ud
- ordenen og systematikken i elevernes arbejde bliver styrket
- eleverne opnår en anden struktur i deres matematiske tænkning
- denne programtype giver energi og lyst i elevernes arbejde
- det er en god investering at lære at bruge programmet
- den eksperimenterende arbejdsform fremmes
- eleverne opnår en anden forståelse for og overskud til at arbejde med matematik, hvilket igen betyder, at der kommer en anden substans i samtalen mellem eleven og læreren

- den procesorienterede tilgang til opgaveløsningen fremmes
- eleverne reflekterer på en anderledes kvalificeret måde
- brugen af et matematikskriveværktøj i undervisningen giver inspiration til nye måder at betragte matematikken på
- undervisningstilbudet differentieres på en anden måde

**Vores konklusion er derfor:**

Når en lærer vælger at integrere et matematikskriveværktøj i undervisningen, er det for at kvalificere undervisningstilbudet, fordi det giver eleverne en anden kvalificeret måde at lære matematik på.

En lærer, der vælger at inddrage matematikskriveværktøjer i undervisningen, indfrier blot den forpligtigelse, læreren har til at vælge metoder, der sikrer, at den enkelte elev får det størst mulige udbytte af undervisningen. Når vore elever - også i andet år af udviklingsarbejdet - opnår karakterfremgang er én af grundene, at eleverne lærer mere, når et matematikskriveværktøj er en integreret del af matematikundervisningen.

At vælge at integrere et matematikskriveværktøj er ikke blot et valg af et "smart" teknisk hjælpemiddel, men et resultat af grundige, didaktiske overvejelser hos den enkelte lærer.

På seminaret i Tromsø havde vi en god diskussion om dette forhold. Der var enighed om, at elever bør kunne kommunikere matematik i elektronisk form i år 2006. Der var også enighed om, at integration af et matematikskriveværktøj i matematikundervisningen betinger grundige og ikke mindst kompetente didaktiske overvejelser hos læreren. I modsat fald er der stor risiko for, at eleverne aldrig vil opleve og stille spørgsmål til de matematiske operationer matematikskriveværktøjet udfører for brugerne af programmet. Det er nødvendigt, at læreren i samtalen med eleverne sikrer, at eleverne får stillet spørgsmål til, hvad det er programmet "gør" for dem. I modsat fald vil eleverne ikke få et relevant udbytte af matematikundervisningen. Det er derfor vigtigt, at den enkelte lærer overvejer mål og kriterier for elevernes arbejde med denne programtype.

I følge de nye prøvebekendtgørelser er alle hjælpemidler i dag tilladte ved prøverne i Danmark. Dette betyder bl.a., at matematikskriveværktøjer må anvendes ved FSA (9.klasseprøven) og FS10 (10.klasseprøven) i skriftlige fremstilling af matematik.

Vi vurderer, at der for danske lærere ikke er grund til, at vente længere med at inddrage et matematikskriveværktøj i undervisningen. Eleverne ved, at det kan bruges. Det er derfor Sofie fra 10. i sit evalueringsark skrev:

*"Jeg synes det er ærgerligt, at MathCad ikke er udbredt mere i gymnasiet og i folkeskolen."*

## **Matematikskriveværktøj - et redskab for børn og unge med motoriske vanskeligheder?**

For mange børn og unge med motoriske vanskeligheder er det et stort problem, at arbejde med matematiske opgaver, simpelthen fordi de mangler værktøjer til at nedfælde og arbejde med matematik på skrift. Mere præcist kan man sige, at de mangler redskaber til at kommunikere det skriftlige udtryk, der er specielt for de matematiske og naturvidenskabelige fag (fx matematiske tegn og grafiske fremstillinger). Dette kan være en blandt flere grunde til, at kun få unge med fysisk handicap gennemfører en naturvidenskabelig ungdomsuddannelse.

Siden årsskiftet 2005/06 har jeg fulgt Nikolajs arbejde med MathCad. Nikolaj har spastiske lammelser, er 13 år og går i 7. klasse. For Nikolaj var et matematikskriveværktøj den relativt simple løsning, der gav ham mulighed for at arbejde med matematik på lige fod med sine kammerater. Nikolaj lærte hurtigt at bruge MathCad, og er det program, han bruger, når han i dag arbejder med matematik.

Om sine oplevelser med MathCad skriver Nikolaj: "Det betyder noget, at jeg kan det selv, og jeg kan se, at det er mig selv, der har lavet det, og så bliver det pænt".

Umiddelbart før sommerferien fik jeg en mail fra Nikolaj. Her kunne han fortælle at, han havde fået topkarakter ved årsprøven i matematik. Og det var med stolte undertoner, at han medsendte en kopi af sin besvarelse.

I det kommende år vil jeg undersøge, hvordan det er muligt at udbrede kendskabet til matematikskriveværktøjers muligheder for børn og unge med fysiske handikaps. Et væsentligt problem er, at disse børn er enkeltintegreret i den danske skole. Dette betyder, at det er vanskeligt at sprede de erfaringer, jeg har haft sammen med Nikolaj til andre lærere, der arbejder med undervisning af børn med fysiske handikaps. Jeg arbejder pt. med at oprette en virtuel matematikskole for børn og unge med motoriske vanskeligheder. Dette sker i samarbejde med Hjælpeinstituttet i Danmark.

Rapporten her er en stærkt forkortet udgave af rapporteringerne af udviklingsarbejdet omkring matematikskriveværktøjer.

De fulde artikler findes på <http://n-fag.dk>.

Her findes endvidere vejledning i brugen af programmet.

Se også <http://www.grode.dk/CAS>.

Flemming Nielsen var i forbindelse med projektet lærer på Statens Pædagogiske Forsøgscenter. Fra sommeren 2007 er Flemming lærer i folkeskoleafdelingen på Sankt Annæ Gymnasium i København.

Populært sagt er et matematikskriveværktøj en tekstbehandler, der også kan regne, løse ligninger og tegne grafer. MathCad er et blandt flere programmer af denne type.

Et matematikskriveværktøj er en programtype, der - på en hensigtsmæssig måde – gør det muligt at udforme og kommunikere matematik i elektronisk form. I et matematikskriveværktøj er det muligt at udforme alle faser af de matematiske processer i samme medie.

Det er blandt andet muligt at:

- skrive kommentarer, og disse kan layoutes med simple værktøjer
  - udføre simple og komplicerede beregninger
  - arbejde og eksperimentere med betydningen af konstanter og variable i et funktionsudtryk
  - reducere og løse både simple og meget komplicerede regne- og funktionsudtryk
  - tegne og eksperimentere med grafer, der er baseret på et algebraisk udtryk eller ud fra koordinater
  - stifte bekendtskab med – søge udfordringer i – og blive fascineret af matematiske områder, der normalt ligger uden for det stof, elever i folkeskolen normalt ser.
  - Tegne og eksperimentere grafisk
-